

1.1.13 Procenta

Předpoklady: 010112

Pedagogická poznámka: Většinou nechávám žákům ohledně volby způsobu řešení maximální možnou svobodu. Pokud někdo vyrukuje u procent se vzorečky (naštěstí se to nestává často), rovnou je zakazuji a chci, aby přešel na libovolný druh řešení pomocí úměrností.

Procenta na základní škole někdy znamenají velké množství vzorečků a nejasností. Ve skutečnosti stačí jediné – pamatovat si, že jedno procento je jedna setina. Zbytek je používání přímé úměrnosti.

Je-li p reálné číslo, pak jedno procento (1 %) p je číslo $\frac{p}{100}$.

Při řešení následujících příkladů nepoužívej žádné vzorce, kromě pravidla uvedeného v červeném rámečku a poznatků z přímých úměrností.

Př. 1: Cena automobilu je 579 900 Kč. O kolik Kč se cena sníží, pokud bude snížena o 1 %? Jaká bude výsledná cena?

$$\text{Snížení ceny: } \frac{579900}{100} = 5799 \text{ Kč}$$

$$\text{Nová cena: } 579900 - 5799 = 574101 \text{ Kč}$$

Př. 2: Podle sčítání obyvatelstva v roce 2001 byla slovenská menšina s 1,9 % největší národnostní menšinou v České republice. Kolik občanů se přihlásilo ke slovenské národnosti, pokud bylo spočteno celkem 10 230 060 obyvatel ČR?

Počet Slováků v procentech $1,9 \% \Rightarrow 0,019$ celku.

Počet Slováků: $0,019 \cdot 10230060 = 194371$.

V roce 2001 žilo v ČR 194371 občanů hlásících se ke slovenské národnosti.

Př. 3: Oplatek SIESTA (mléčná) obsahuje podle údajů na obalu ve 100 g výrobku 60,5 g sacharidů a 5,3 g bílkovin. Kolik procent sacharidů a kolik procent bílkovin obsahuje? Kolik gramů sacharidů a kolik gramů bílkovin obsahuje jeden oplatek o hmotnosti 39 g?

Určení procent

100 g ... 100 % \Rightarrow ihned vidíme: 1g ... 1%

60,5 g sacharidů ... 60,5%

5,3 g bílkovin ... 5,3%

Určení hmotnosti

sacharidy v 39 g oplatku: $39 \cdot 0,605 \text{ g} = 23,6 \text{ g}$

bílkoviny v 39 g oplatku: $39 \cdot 0,053 \text{ g} = 2,1 \text{ g}$

Jeden oplatek obsahuje 23,6 g sacharidů a 2,1 g bílkovin.

Pedagogická poznámka: Studentům, kteří nezjistili ihned ze zadání procentní obsah bílkovin a cukrů a snažili se jej spočítat, zkouším vysvětlit, že odvedli zbytečnou práci. U několika studentů jsem dokonce zjistil, že sečetli hmotnost bílkovin a cukrů a používali ji jako hmotnost odpovídající 100 %.

Př. 4: K ceně každého výrobku, který se prodává v běžné obchodní síti, se připočítává DPH – daň z přidané hodnoty, která u většiny průmyslového zboží činí 19 % (je dobré, si v případě neobvykle nízkých cen dát pozor, zda jsou uvedeny včetně DPH). Urči, kolik zaplatíš za notebook, je-li jeho cena bez DPH 15900 Kč.

Cena notebooku = cena bez DPH + DPH = 100 % + 19 % = 119 %.

Cena notebooku = 15900 · 1,19 = 18921 Kč.

Notebook bude stát 18 921 Kč.

Př. 5: Kuchyně včetně vestavěných elektrospotřebičů je včetně DPH nabízena za 199 500 Kč. Jaká je její cena bez DPH?

POZOR: cena včetně DPH = 119 %

Sestavíme přímou úměrnost.

119 % ... 199 500 Kč

100 % ... x Kč

Obě veličiny v přímé úměře – 1 % je stále stejná částka.

$$\frac{199500}{119} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = \frac{100}{119} \cdot 199500 = 167647 \text{ Kč}$$

Cena kuchyně bez DPH je 167 647 Kč.

Př. 6: Do třídy chodí 13 chlapců a 17 holek. Kolik procent studentů ve třídě tvoří holky? Kolik kluků?

100 % = celkový počet žáků = 13 + 17 = 30

Sestavíme přímou úměrnost.

100 % ... 30

x % ... 17

Obě veličiny v přímé úměře – 1 % je stále stejná částka

$$\frac{30}{100} = \frac{17}{x} \Rightarrow x = \frac{17}{30} \cdot 100 = 56,7 \% \text{ Kč}$$

Procenta kluků + procenta holek. = 100 %.

Procenta kluků = 100 – holky 100 % – 56,7 % = 43,3 % .

Ve třídě je 56,7 % holek a 43,3 % kluků.

Př. 7: Při zavádění výroby bylo při 60 % úspěšnosti výroby z jedné křemíkové destičky vyrobeno 42 funkčních mikročipů. Během odladování procesu stoupla úspěšnost výroby na 80 %. Jaké množství funkčních čipů se vyrábělo z jedné desky?

Zavádění výroby: 60% ... 42 čipů

Odladění výroby: 80% ... x čipů

$$\frac{42}{60} = \frac{x}{80} \Rightarrow x = 42 \frac{80}{60} = 56$$

Po odladění výroby se z jedné křemíkové destičky vyrábělo 56 funkčních čipů.

Př. 8: Účinnost benzínového motoru v typickém autě je přibližně 28 %, jeho typická průměrná dlouhodobá spotřeba je 7,3 litru na 100 km. Jak by se spotřeba změnila, kdyby motor dosahoval alespoň 55 % účinnosti?

Účinnost 28 % = pouze 28 % benzínu se spotřebuje k pohonu auta, zbytek se spálí zbytečně. Určíme množství benzínu, které se spotřebuje na pohon auta.
 $0,28 \cdot 7,3 = 2,04$ litru (motor se 100 % účinností by spotřeboval pouze 2 litry benzínu na 100km).

Motor s 55 % účinností

55 % ... 2,04 litru (benzín spotřebovaný na jízdu je nyní 55 % všeho)

100 % ... x

$$\frac{x}{100} = \frac{2,04}{55} \Rightarrow x = 2,04 \frac{100}{55} = 3,7$$

Automobil s účinností 55 % by měl spotřebu pouze 3,7 litru na 100 km.

Poznámka: Uvedený postup je asi zbytečně složitý. Jednodušší je použít nepřímou úměrnost, neboť příklad předpokládá v obou situacích stejné množství benzínu potřebného k ujetí 100 km při 100 % účinnosti. Tím splňuje podmínku nepřímé úměrnosti a můžeme psát $0,28 \cdot 7,3 = 0,55 \cdot x$.

Pedagogická poznámka: Oba následující příklady slouží i k překonávání ostychu, který studenti z písmenek obecně mají. Je dobré zorganizovat hodinu tak, aby na poslední dva příklady zbylo dost času u všech studentů.

Př. 9: Josefův plat je p korun. Na kolik korun se zvýší jeho plat, když mu bude zvýšen o 6 procent?

Josefův nový plat = původní plat + zvýšení.

$$p + 6 \frac{p}{100} = p + 0,06p = 1,06p$$

Josefův plat je po zvýšení $1,06p$.

Pedagogická poznámka: Písmeno p je pro označení původního platu zvoleno záměrně, aby svádělo k záměně za p určující počet procent.

Př. 10: 1 kg ovoce stál s korun, po zlevnění se jeho cena snížila na n Kč. O kolik procent se cena snížila?

Postupujeme stejně, jako kdybychom znali konkrétní čísla.

původní cena s Kč ... 100%

snížení ceny $s - n$... $x\%$

$$\frac{x}{s - n} = \frac{100}{s} \Rightarrow x = 100 \frac{s - n}{s}$$

Cena ovoce se snížila o $100\frac{s-n}{s}\%$.

Př. 11: Petáková:
strana 19/cvičení 52 a) b) c)

Shrnutí: Všechny příklady na procenta se dají snadno řešit bez vzorečků pomocí přímé úměrnosti.